

1. cvičení - opakování SŠ

✚ = příklady, co byste fakt fakt měli udělat, prosím prosím

Příklad 1. Najděte řešení rovnic pro všechna $x \in \mathbb{R}$:

(a) $\log_{10} x = 3$

(f) $3 \cdot 2^{2x} + 8 \cdot 2^x = 3$

(b) $2^x = \frac{1}{2}$

(g) ✚ $\sin 2x = \cos x$

(c) $\sin x = \frac{1}{\sqrt{2}}$

(h) ✚ $\log(x^2 + 1) = 2 \log(3 - x)$

(d) ✚ $\log_{10} x + \frac{4}{\log_{10} x} = 4$

(i) $e^x + 12 \cdot e^{-x} = 7$

(e) $4 \cos^2 x + 3 = 8 \cos x$

Příklad 2. Najděte řešení nerovnic pro všechna $x \in \mathbb{R}$:

(a) $(x - 2)(x + 3) \geq 4x - 8$

(h) ✚ $|x + 2| > |x + 1| + x$

(b) $\frac{2x^2+1}{x^2+2x+2} < 1$

(i) $|x + 1| - |x + 3| < 1$

(c) $\frac{x-2}{2x-8} \geq 1$

(j) $|x + |x + 2|| < 4x$

(d) ✚ $\frac{x+2}{x+3} > \frac{2x+3}{x+6}$

(k) $x^2 + 1 - |x + 2| > 0$

(e) $\frac{x+2}{x^2+3x-4} \geq \frac{3}{x-2}$

(l) ✚ $\log_2(x^2 + |x + 6| - 1) > 0$

(f) ✚ $||x - 1| - 2| < 1$

(m) $\log_{\frac{1}{6}}(x^2 - 3x + 3) \leq 0$

(g) $|2x + 3| + |2x + 5| > |x - 1|$

Příklad 3. V závislosti na parametru $a \in \mathbb{R}$ najděte řešení nerovnic pro všechna $x \in \mathbb{R}$:

(a) $|x(x + 2)| > a$

(f) $|x| + |x + 1| < a$

(b) ✚ $||x| - 2| < a$

(g) $1 \leq |ax + 1| < 2$

(c) $|x^2 + 2x| < a + 2x$

(h) ✚ $\frac{a}{x} - \frac{4}{ax} = 1 - \frac{2}{a}$

(d) ✚ $a(a - 1)x < 2^{2137} - 1$

(i) $a \cdot x^2 + 2x - a + 2 = 0$

(e) $x^2 + ax < 0$

Příklad 4. Načrtněte grafy funkcí:

(a) ✚ $f(x) = |||x| - 1| - 1| - 1|$

(d) $f(x) = |\log |x - 1||$

(b) $f(x) = \left| \frac{3x+1}{2x-4} \right|$

(c) $f(x) = |\sin(2 - x) - 1|$

(e) ✚ $f(x) = 1 - |\sin 2x|$

Příklad 5. Příklad na ekonomickou motivaci:



Továrna na štěstí produkuje štěstí a prodává jeden kus za cenu p . Cena produkce q kusů štěstí je modelována konvexní nákladovou funkcí.

$$C(q) = 2 + 2q + q^2$$

Továrna chce garantovat minimální profit $M > 0$. Pro $p = 10$ a $M = 7,75$ naleznete rozsah pro hodnotu q v němž je produkce rentabilní.

